

در دایره قمت ما نقطه تسلیمیم

لطف آنچه تو اندیشی حکم آنچه تو فرمایی

مقدمه

انفجار جنگ افزارهای گوناگون و اصابت آنها به سازه، بارهای قابل توجهی را در مدت زمان بسیار کوتاه بر سازه اعمال می کند. لذا طراحی ایمن سازه‌ها برای مقابله مستقیم با پدیده انفجار و ضربه ناشی از آن بسیار پیچیده و در عین حال هزینه بر می باشد.

انجام یک طراحی ایمن و بهینه که با حداقل هزینه حداکثر کارایی را فراهم نماید نیازمند شناخت دقیق اثرات انفجار و ضربه بر سازه و همچنین رفتار سازه در برابر اثرات وارده می باشد. قطعاً کسب چنین اطلاعاتی جز با انجام یک شبیه سازی واقع گرایانه میسر نخواهد بود. انجام چنین شبیه سازی بسیار دشوار و زمان بر می باشد. چرا که شبیه سازی اینگونه پدیده‌ها نیازمند انجام یک تحلیل دینامیکی غیر خطی در مدت زمان بسیار کوتاه می باشد. در چنین شرایطی سازه دچار تغییر شکل‌های بزرگ شده و رفتار مصالح نیز به دلیل سرعت بالای بارگذاری تفاوت عمده‌ای با رفتار ماده در شرایط معمول خواهد داشت. انجام چنین تحلیل‌هایی در حوزه مهندسی ضربه و انفجار صورت می پذیرد. هدف اصلی در مهندسی ضربه و انفجار شناخت دقیق پدیده انفجار، رفتار موج‌های مختلف ناشی از انفجار، اندرکنش سازه با موج‌های برخوردی، نحوه حرکت و عملکرد پرتابه‌ها، نحوه استهلاک انرژی در حین برخورد و به طور مختصر کلیه موارد و مسائل مرتبط با انفجار و ضربه می باشد.

با توجه به وجود پیچیدگی‌های بسیار زیاد انجام تحلیل‌های مورد نظر در حیطه مهندسی ضربه و انفجار نیازمند استفاده از نرم افزارهایی با قابلیت‌ها و توانمندی‌های ویژه می باشد. در طول سالیان اخیر با افزایش حملات تروریستی و خطرات ناشی از انفجار و متعاقب آن پیشرفت‌های صورت گرفته در حوزه مهندسی ضربه و انفجار، نرم افزارهای متعددی به صورت اختصاصی برای شبیه سازی و تحلیل چنین پدیده‌هایی توسعه یافته‌اند. در این بین نرم افزار AUTODYN از جمله نرم افزارهایی است که به طور تخصصی برای شبیه سازی پدیده‌هایی مانند انفجار و ضربه تهیه شده است. این نرم افزار با دارا بودن قابلیت‌های مختلف و حل‌گرهای قدرتمند این امکان را برای کاربر فراهم می نماید که با دقت بسیار بالا چنین پدیده‌هایی را شبیه سازی و تحلیل نماید. با توجه به کاربرد‌های خاص چنین نرم افزارهایی از یک سو و با عنایت به تحریم‌های متعددی که به کشورمان تحمیل شده است از سوی دیگر، اطلاعات لازم در مورد نحوه صحیح استفاده از چنین نرم افزارهایی بسیار محدود و در صورت دسترسی نیز

ناقص می باشد. از این رو نویسندگان این کتاب با توجه به تجربه و تخصص خود در حوزه مهندسی ضربه و انفجار، تلاش کرده اند که در این مجموعه در عین حالی که اصول اولیه مهندسی ضربه و انفجار را ارائه می نمایند، نحوه استفاده از نرم افزار AUTODYN را نیز آموزش دهند. در این مجموعه مثال ها به نحوی اتخاذ شده اند که کمابیش بتوانند کلیه سرفصل های مهم و مورد نیاز را پوشش دهند. به عنوان مثال اثرات انفجار بر سازه های بتنی، فولادی، انفجار زیر آب، انفجار زیر خاک، اثر ضربه بر سازه فولادی، بتنی و ... مواردی هستند که در این مجموعه مورد توجه قرار گرفته اند.

علاوه بر این از انجاییکه به دلیل پیچیدگی های ذاتی موجود در این حوزه، امکان خطا و کسب نتایج نادرست بسیار محتمل است لذا کلیه مثال های ارائه شده در این مجموعه با نتایج تجربی و عددی ارائه شده در مقالات معتبر مقایسه و تفسیر شده اند تا بدین وسیله توانمندی روش های ارائه شده و صحت مدل سازی و تحلیل ها بهتر و روشن تر جلوه نماید.

در انتها لازم است از کلیه دوستانی که در تهیه این مجموعه ما را یاری کردند بالاخص سرکار خانم مریم دلخواه که زحمت ویراستاری کتاب را بر عهده داشتند کمال سپاس و تشکر را داشته باشیم. با امید به آنکه این مجموعه بتواند گامی هر چند کوچک در راستای ارتقای دانش و توانایی های مهندسیین و علاقه مندان در حوزه مهندسی ضربه و انفجار برداشته باشد از کلیه خوانندگان محترم تقاضا می شود که نظرات، پیشنهادات و انتقادات خود را ارسال نمایند.

با تشکر

بهار 1391

مولفین

Amir_saedi_d@yahoo.com

	فهرست
1	فصل اول
	مبانی روش‌های عددی مورد استفاده در هایدروکدها
	فصل دوم
11	آشنایی با هایدروکد AUTODYN
	فصل سوم
31	شبیه سازی برخورد یک پرتابه سرعت بالا با یک صفحه فولادی
	فصل چهارم
67	بارگذاری انفجاری بر روی یک ستون فولادی
	فصل پنجم
103	مدلسازی انفجار یک خرج کروی
	فصل ششم
141	بررسی اثر انفجار تماسی بر روی دال بتنی مسلح
	فصل هفتم
195	برخورد مایل پرتابه سرعت بالا به یک دال بتنی
	فصل هشتم
237	اثر انفجار بر روی یک ستون مرکب مسلح بتنی
	فصل نهم
291	تحلیل خرابی پیش رونده سازه ها در معرض بارگذاری انفجاری

فصل دهم

351 شبیه سازی اثر انفجار بر برج خنک کننده بتنی

فصل یازدهم

379 تحلیل رفتار پوسته محافظ تقویت شده در برابر انفجار زیر آب

فصل دوازدهم

433 بررسی بارگذاری انفجاری زیر خاک بر روی پناهگاه

مبانی روش‌های عددی مورد استفاده در هایدروکدها

1-1- مقدمه

بشر از دیر باز علاقه خاصی به پیش‌بینی وقایع طبیعی داشته است. بی‌شک یکی از روش‌هایی که می‌تواند با دقت بالایی به تحقق این امر کمک کند، مدل‌سازی ریاضی وقایع است. تمام اتفاقاتی که در طبیعت می‌افتند، ماهیت دینامیکی دارند و در حقیقت خود شما هستید که با در نظر گرفتن یک سری فرضیات ساده‌کننده سعی در هموار کردن مسیر رسیدن به پاسخ مسائل دارید. این فرضیات به وفور در علوم مهندسی استفاده می‌شوند. به عنوان مثال در مهندسی‌های عمران و مکانیک با انجام تعریفاتی همچون مسئله استاتیکی و شبه استاتیکی سعی در حذف عوامل غیرخطی و به عبارتی پیچیده‌کننده مسئله می‌شود. مدل‌های ریاضی ابتدایی مسائل نیز بر اساس این چنین فرضیاتی بنا نهاده شده‌اند. طبیعی است که نتایج حاصل از این چنین مدل‌هایی در بسیاری از مواقع با خطاهای چشمگیری روبرو هستند. از این رو برای جبران این کمبودها، مهندسين اغلب به ناچار از ضرایب طراحی بالا که منجر به خروج طرح از محدوده بهینه می‌شد، استفاده می‌نمودند.

کاهش منابع طبیعی در دسترس و همچنین پیشرفت تکنولوژی که در نهایت به رقابتی‌تر شدن بازار محصولات مهندسی منجر می‌شود، مهندسين را به صرفت انداخت تا محاسبات را با دقت بالاتری انجام دهند. چون این دقیق‌تر شدن محاسبات نیاز به استفاده از مواد بیشتر در طرح‌ها را موجب نمی‌شود، همزمان با بهینه شدن طرح به کاهش هزینه‌ها هم کمک شایانی می‌نمود.

یکی از روش‌هایی که محاسبات مورد نیاز مهندسی را به واقعیت نزدیک‌تر می‌ساخت، استفاده از مدل‌های دقیق‌تر ریاضی بود. در این مدل‌ها تا حد ممکن به تمام مسائل درگیر در مسئله پرداخته می‌شد و در نظر گرفتن این چنین نکاتی به راحتی بر پیچیدگی محاسبات می‌افزود. در مسائل دینامیکی این پیچیدگی‌ها با در نظر گرفتن نیروهای اینرسی میان ذرات ماده و همچنین تغییر در ماهیت رفتار ماده در حضور نیروهای دینامیکی، ایجاد می‌شود. در مقام مقایسه، در حالت استاتیکی، ذرات در عمل هیچ‌گونه شتابی نمی‌گیرند تا نیروهای اینرسی تولید شوند و به دلیل نرخ کرنش پایین، ماده تغییری در رفتار بنیادین خود نشان نمی‌دهد.

اغلب اوقات حل این مسائل فقط به وسیله روش‌های عددی مقدور می‌شود. روش‌های عددی در عین حال که بسیار مفید و قدرتمند هستند، دارای مشکل حجم محاسبات بالا می‌باشند که در عمل انجام آن به وسیله خود انسان بسیار دور از عقل می‌نماید. به عنوان مثال برای رسیدن به دقت قابل قبول در یک مسئله ساده استاتیکی، گاه به محاسبه معکوس و دترمینان یک ماتریس 100 در 100 نیازمندید! در این میان ظهور رایانه این محدودیت را هر چه بیشتر از میان راه برداشت. با پیشرفته‌تر شدن روش‌های عددی و همچنین قوی‌تر شدن رایانه‌ها، بشر به انجام محاسبات دقیق‌تر و منطبق بر واقعیت حریص‌تر شده است.

در این میان، مباحث دینامیکی با نرخ بسیار بالا، از آن دسته مسائل درگیر با محاسبات به شدت غیرخطی هستند که حتی با پیشرفت‌های امروزی بشر، رسیدن نتایج به حد انطباق بر واقعیت به راحتی امکان‌پذیر نیست. از اینرو، باب تحقیقات در این زمینه همچنان مفتوح می‌باشد. برای شبیه‌سازی این دسته از مسائل، نرم‌افزارهای ویژه‌ای تدارک دیده شده‌اند که با نام هایدروکد¹ از سایر نرم‌افزارهای عددی متمایز می‌شوند. تفاوت اصلی این نرم‌افزارها، قابلیت ویژه آنها در شبیه‌سازی مسائلی است که در آنها مواد (حتی جامدات) به دلیل شدت بارهای وارده به صورت سیال رفتار می‌کنند؛ یکی از دلایل نامگذاری این نرم‌افزارها، همین پدیده است.

¹ Hydrocode

البته تاریخچه استفاده از این نرم‌افزارها به دهه 60 میلادی، زمانی که کامپیوترها شروع به پیشرفت چشمگیر در قدرت محاسبات کردند، باز می‌گردد. در آن زمان کاربرد این دسته از نرم‌افزارها به مسائل پیش‌بینی برخوردهای سرعت بالا محدود بود، ولی با پیشرفت روش‌های عددی و قدرت رایانه‌ها مسائل پیچیده‌تری که به برهم کنش سیال و سازه نیز مرتبط می‌شدند، بدین فهرست افزوده شد.

کاربردهای ویژه این بسته‌های نرم‌افزاری باعث شده است که میان مهندسين از شهرت بالایی برخوردار نباشند. از جمله کاربری‌های این نرم‌افزارها به غیر از کاربردهای گسترده در صنایع نظامی، در طراحی سازه‌های مقاوم در برابر انفجار و برخورد می‌باشد. این نوع سازه‌ها در نیروگاه‌ها، پالایشگاه‌ها، صنایع هوا-فضایی، صنایع شکل‌دهی پیشرفته و... به چشم می‌خورند. تا کنون هایدروکدهای مختلف با کاربری‌های متفاوت به بازار ارائه شده‌اند. از آن جمله می‌توان به AUTODYN, DYNA, EPIC, DYSMAS, PRONTO, ZeusS اشاره داشت.

در این میان نرم‌افزار AUTODYN به دلیل قدرت زیاد در حل مسائل با نرخ بالا و بسیار بالا و همچنین به خاطر گستردگی و در دسترس بودن، شاید در کشور ما بیشتر مورد توجه باشد. با توجه به این که این نرم‌افزار ابتدا به صورت مستقل ارائه شد (یعنی یک بسته نرم‌افزاری) و سپس با گسترده‌تر شدن قابلیت‌های نرم‌افزار ANSYS Workbench به صورت یکی از نرم‌افزارهای عمل‌کننده تحت این برنامه در آمد؛ در این کتاب سعی شده است تا با هر دو نحوه کاربرد این نرم‌افزار به حل مسائل پرداخته شود.

1-2- روش‌های عددی مورد استفاده در تحلیل مسائل نرخ بالا

با توجه به این که اغلب مسائل مکانیکی نرخ بالا، با تغییر شکل‌های بسیار بزرگ همراه هستند، یکی از عوامل بسیار مهم در آماده‌سازی مسائل برای تحلیل، دقت به این عامل است. در این بخش، هدف، بررسی فرمولاسیون دقیق روش‌های عددی نیست، بلکه آشنایی اجمالی و کیفی خواننده با مباحثی که در آینده مطرح می‌شوند، مد نظر است.

به منظور تحلیل مسائل مهندسی، تاکنون روش‌های مختلفی ارائه شده‌اند. در این ردیف روش‌های عددی مبتنی بر اجزای محدود²، تفاضل محدود³، المان مرزی⁴، روش‌های بدون

¹Finite Element Method (FEM)

²Finite Difference Method (FDM)

³Boundary Element Method (BEM)

شبکه‌بندی⁵ و ... قرار دارند. هرکدام از این روش‌ها دارای مزایا و معایب مربوط به خود می‌باشند که علاقه‌مندان می‌توانند به کتب متعددی که در این زمینه‌ها نگاشته شده است، مراجعه نمایند. ذکر این نکته در اینجا خالی از لطف نیست که استفاده از هایدروکدها به اذعان بسیاری از مراجع معتبر، نیازمند دانش وسیعی از مباحث عددی است و صحت پاسخ گرفته شده از این دسته از نرم‌افزارها به شدت به کاربر وابسته است. به طوری که در یک مسئله یکسان، میان نتایج حاصل از تحلیل‌های دو کاربر با تجربه برابر، احتمال وقوع اختلاف، بسیار بالاست. طبق گفته همین مراجع برای بدست آوردن مهارت کافی در استفاده از هایدروکدها به زمانی مابین 6 تا 48 ماه نیاز است! این زمان منوط به همکاری و استفاده از دانش کاربران ماهرتر می‌باشد. امید است این کتاب در راستای تحقق این هدف سودمند واقع شود.

در ذیل به برخی از مهم‌ترین روش‌های مورد استفاده در هایدروکدها به همراه کاربردها و ویژگی‌های هر یک اشاره می‌شود.

1-2-1- دیدگاه لاگرانژی:

این روش تحلیل مسائل، بر اساس دیدگاه لاگرانژی بنا نهاده شده است. این دیدگاه بر اساس تعقیب مسیر حرکت ذرات ماده می‌باشد. پس انتظار اینکه این روش قدرت بالایی در پیش بینی محل مرزهای ماده و همچنین سرعت و جابجایی مواد داشته باشد، دور از منطقی نیست. در حقیقت این روش ایده‌آل‌ترین روش برای بدست آوردن تاریخچه حرکت ماده در طول تحلیل است. برای استفاده از این روش محیط حل (ماده) به صورت یک سری المان تقسیم بندی می‌شود. نقاط گره‌ای این المان‌ها به ماده متصل هستند و با تغییر شکل ماده تغییر مکان می‌دهند. به همین دلیل شکل هندسی المان‌ها در هنگام تحلیل دستخوش تغییر خواهد شد.

روش لاگرانژی به دو صورت به روز رسانی و ثابت فرمولیته می‌شود. در هر کدام از این روش‌ها، دستگاه مختصات یا به روز می‌شود و یا در یک سیستم جهانی، ثابت خواهد بود. در مسائل دینامیکی که اغلب با تغییر فرم‌های بزرگ همراه است، در صورت استفاده از این روش باید دقت نمود؛ زیرا با تغییر شکل بیش از حد المان‌ها، اضلاع المانها همدیگر را قطع می‌نمایند و باعث منفی شدن ژاکوبین ماتریس نگاشت المان خواهند شد. بر این محدودیت باید تغییر و

¹ Meshless Methods

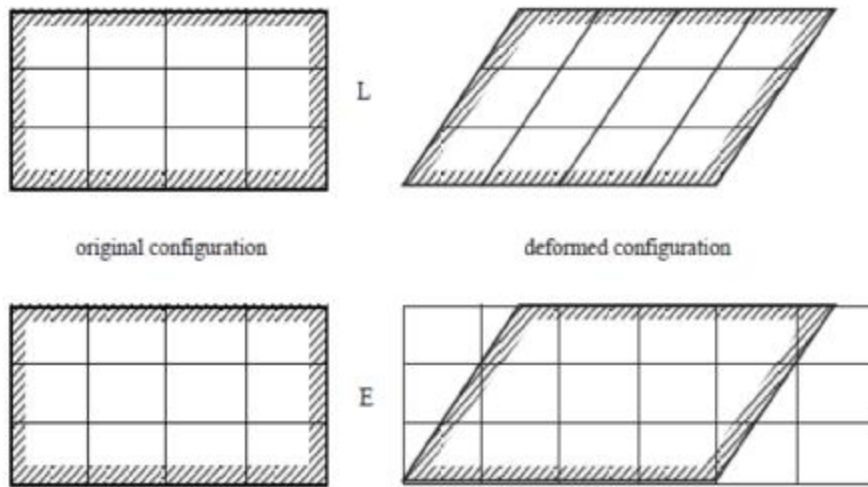
افزایش نسبت منظری المان را نیز افزود. این عامل باعث بی‌کیفیت شدن المان و پاسخ‌های بدون دقت و دور از واقعیت آن خواهد شد. از این رو همیشه در مسائلی که در آن‌ها ماده دچار تغییر فرم‌های بسیار بزرگ می‌شود، باید به طریقی بر این مشکل فائق آمد. به عنوان مثال استفاده از المان‌های بیشتر، یکی از راه‌حل‌های موجود است. البته باید خاطر نشان کرد که استفاده از این روش در مدلسازی جامدات بسیار گسترده می‌باشد؛ زیرا این دسته از مواد به دلیل ماهیت خود در بارگذاری‌ها، به نسبت دچار تغییر فرم کمتری خواهند شد.

1-2-2- دیدگاه اوپلری:

این دیدگاه در مقابل دیدگاه لاگرانژی است؛ از دیدگاه اوپلری برای شبیه‌سازی حرکت ماده استفاده می‌شود. در این روش ناظر ساکن بوده و ماده از کنار آن عبور می‌کند. به عبارتی در این روش، شبکه‌بندی ماده در فضای تحلیل ثابت بوده و این ماده است که در میان شبکه بندی اجازه عبور دارد. به همین دلیل این روش محدودیت روش لاگرانژی را نداشته و در تغییر فرم‌های بسیار بزرگ به راحتی عمل می‌کند. این عامل باعث شده است که این روش در شبیه‌سازی حرکت سیالات به وفور مورد استفاده قرار گیرد. بیشتر فرمولاسیون دینامیک سیالات محاسباتی⁶ بر مبنای این روش نوشته شده است. در این روش معادلات بقای جرم، تکانه و انرژی ارضا می‌شوند. درجات آزادی خروجی این روش، سرعت، فشار و دما هستند. جایجایی‌ها در این روش توسط انتگرال‌گیری از سرعت بدست می‌آیند. این روش به خاطر ماهیت ویژه خود در پیش‌بینی مرزهای ماده دچار ضعف بزرگی است؛ به همین دلیل اغلب برای محاسبه نیروها و فشارهای عمل‌کننده بر روی سازه مورد استفاده قرار می‌گیرد. از کاربردهای گسترده این روش، شبیه‌سازی مسائل بر هم کنش سیال و سازه⁷ است. شکل 1-1 نمایشگر تفاوت دیدگاه‌های لاگرانژی و اوپلری می‌باشد.

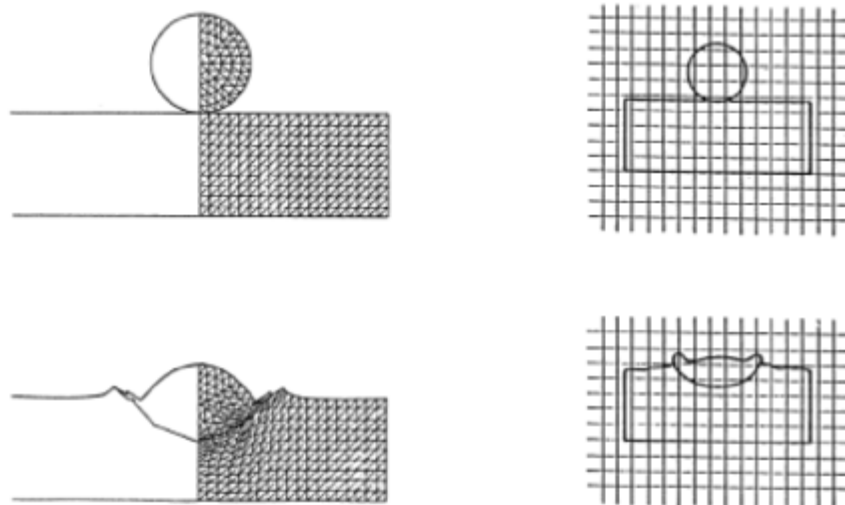
¹ Computational Fluid Dynamics (CFD)

² Fluid Solid Interaction (FSI)



شکل 1-1- تفاوت دیدگاه‌های لاگرانژی (بالا) و اویلری (پایین) [2]

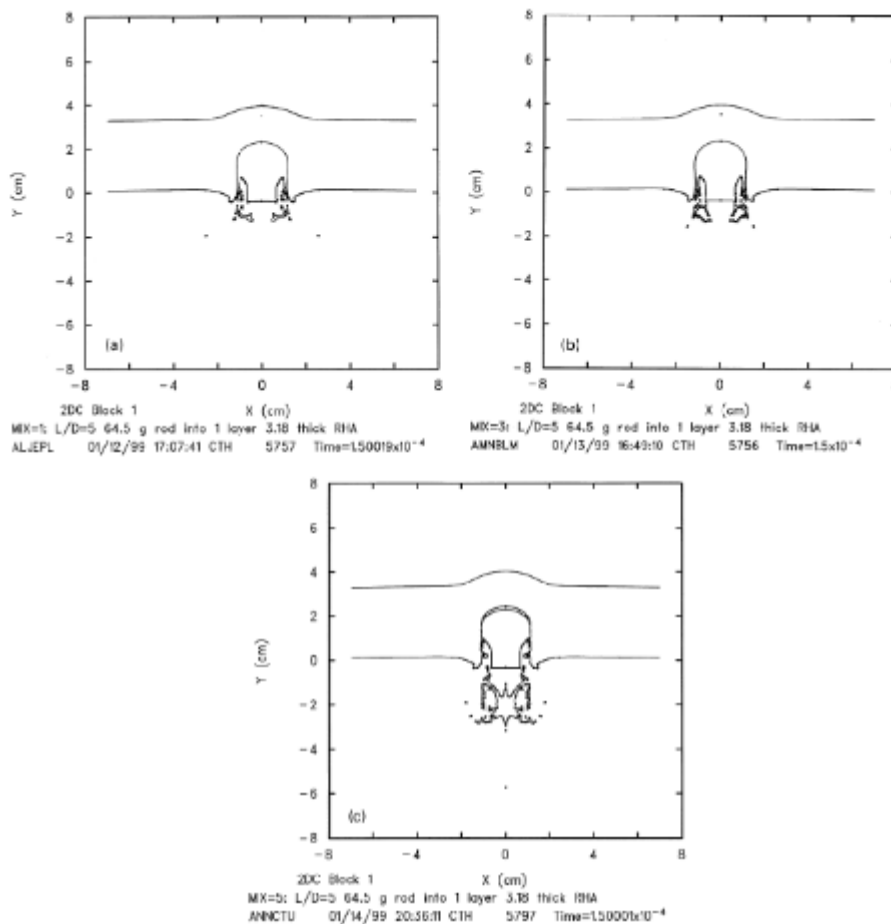
شکل 1-2 دو نمونه کاربرد شبکه‌بندی لاگرانژی و اویلری را در یک مسئله برخورد ساده نمایش می‌دهد. همانطور که مشخص است روش اویلری دارای محدودیت بالایی در پیش‌بینی مرزهای ماده است.



شکل 1-2- مقایسه نتایج تحلیل روش‌های لاگرانژی و اویلری در یک مسئله برخورد-راست روش اویلری-چپ روش لاگرانژی [3]

روش اویلری نیز به نوبه خود به دو دسته روش چند ماده و تک ماده تقسیم می‌شود. در روش اول امکان شبیه‌سازی چند ماده در یک شبکه‌بندی وجود داشته در حالی که نوع

دومامکان نسبت دادن تنها یک ماده را به شبکه‌بندی مهیا می‌سازد. روش دوم دارای دقت بالاتری است؛ چون بر هم کنش مواد مختلف در آن وجود نخواهد داشت. به هر ترتیب در شبکه‌بندی اوپلری امکان آن که در آن واحد در یک سلول خاص چند ماده وجود داشته باشد، بسیار بالاست. محاسبات سرعت و فشار و ... در این سلول تنها به کمک توابع شکل این سلول وجود دارد، در نتیجه برای محاسبات نیازمند یک ماده معادل در این سلول آمیخته هستید. تاکنون روش‌های متعددی بر اساس روش‌های میانگین وزنی در این زمینه ارائه شده‌اند ولی پاسخ مناسبی از هیچ‌کدام دریافت نشده است. شکل 1-3- نمایشگر تفاوت نتایج تحلیل در یک مسئله برخورد با استفاده از روش‌های مختلف سلول معادل است.



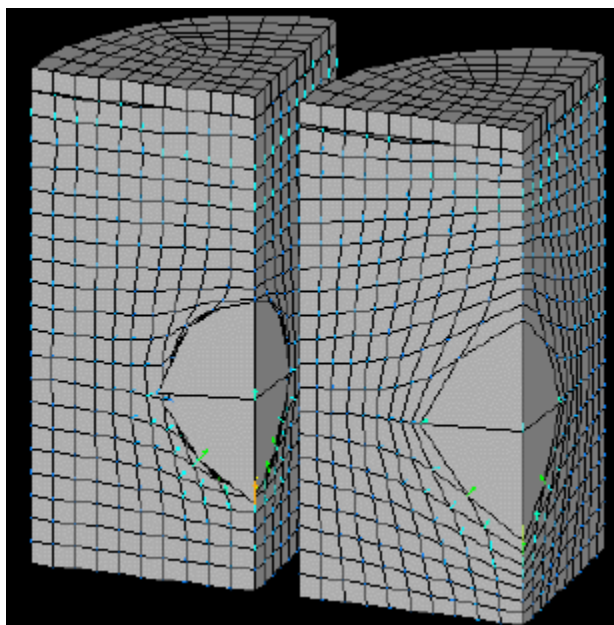
شکل 1-3- نتایج حاصل از تحلیل روش اوپلری یک مسئله خاص با استفاده از تکنیک‌های مختلف سلول آمیخته

معادل [3]

1-2-3-روش ALE⁸

در سطور گذشته پیرامون ویژگی‌های هرکدام از روش‌های لاگرانژی و اویلری توضیحاتی داده شد. برای غلبه بر محدودیت‌های روش‌های فوق، روشی مبتنی بر تلفیق این روش‌ها به نام ALE بنا نهاده شده است. در این روش که خود مبتنی بر یک فرمولاسیون مکانیک محیط پیوسته منحصر به فرد است، هر وقت تغییر فرم المان‌های لاگرانژی از حدی بیشتر شد، با استفاده از روش اویلری ماده درون سلول‌ها جابجا شده و مش‌بندی جدید لاگرانژی مطابق با محل جدید ماده مورد بررسی ایجاد می‌گردد. بدین ترتیب هم می‌توان از قابلیت منحصر به فرد روش اویلری در تغییر فرم‌های بسیار بزرگ بهره برد و هم مرزهای مواد را با دقت مناسبی پیش-بینی کرد.

روش ALE به وفور در مدل‌سازی محیط‌های واسط در مسائل FSI مورد استفاده قرار می‌گیرد. به عنوان مثال در مدل‌سازی آب در اطراف ماده منفجره در یک مسئله انفجار زیر آب⁹. شکل 4-1 مراحل تغییر و تحول مربوط به انفجار در یک مخزن آب را نشان می‌دهد.

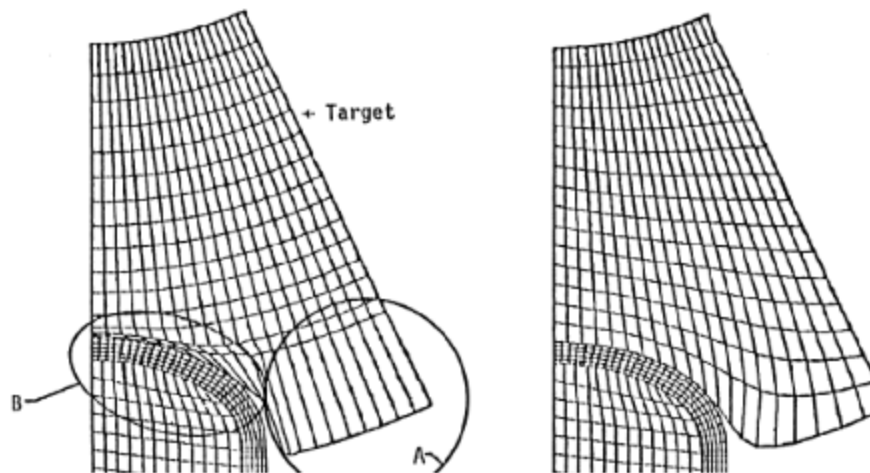


شکل 4-1- مراحل شکل‌گیری مش‌بندی در یک مسئله انفجار زیر آب به کمک روش ALE

¹Arbitrary Lagrangian-Eulerian Method

² Under Water Explosion (UNDEX)

روش ALE در مسائل برخورد نیز کاربرد داشته‌ودر آن امکان بررسی دقیق تغییرشکل نهایی دو قطعه درگیر در برخورد وجود دارد. شکل 5-1 نیز نمایشی از کاربرد این روش در مسائل برخورد است.

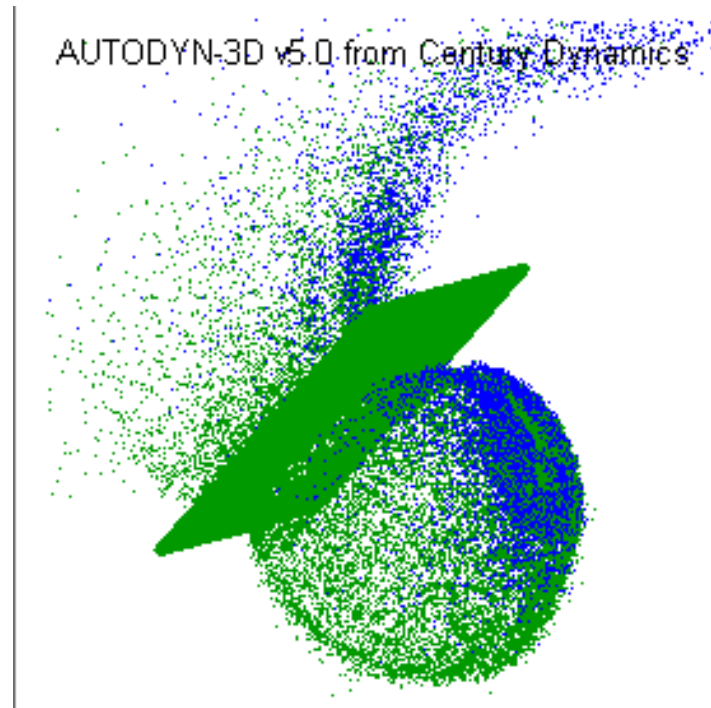


شکل 5-1-تاثیر روش ALE در مسئله برخورد

SPH¹⁰-4-2-1

این دیدگاه بر مبنای روش بدون مش ارائه شده است. به این ترتیب که محیط پیوسته به یک سری ذرات که به صورت منظم پخش شده‌اند، تقسیم‌بندی می‌شوند. توزیع درجات آزادی مجهول نیز بر اساس توابع خاص آماری است. این روش در کاربردهایی که در اثر بارگذاری شدید و با نرخ بالا، به صورت ذرات متلاشی می‌شود، بسیار مناسب است. این روش را می‌توان جزء قابلیت‌های پیشرفته شبیه‌سازی دسته‌بندی کرد که بر اساس روش‌های عددی نوین فرمولیته شده است. از جمله مواردی که می‌توان با استفاده از این روش به نتایج قابل توجهی رسید، بحث شبیه‌سازی ذرات خاک است. البته در برخوردهای سرعت بالا نیز، فلزات به صورت ذرات بسیار ریز در محیط پخش خواهند شد. شکل 6-1 یک نمونه از برخورد با سرعت بالا که توسط نرم‌افزار AUTODYN شبیه‌سازی شده است را نمایش می‌دهد.

¹ Soft Particle Hydrodynamics



شکل 1-6- شبیه‌سازی یک برخورد بسیار پرسرعت به کمک روش SPH

1-2-5- روش‌های المان مرزی

این روش به دلیل پیچیدگی‌های ریاضی که دارد، به راحتی به الگوریتم‌های قابل تعمیم تبدیل نمی‌شود، از اینرو نرم‌افزارهایی که از این روش پشتیبانی می‌کنند، اندک هستند. در این روش، مرزهای مسئله مشخص می‌شوند و مسئله به صورتی حل می‌شود که خطا بر روی مرزهای مسئله صفر گردد. نتایج این تحلیل بسیار دقیق بوده و در مسائل بسیار حساس کاربرد دارد. از آن جمله در طراحی اجزای شتاب‌دهنده ذرات که دستگاه‌های بسیار حساس و دقیقی هستند، از این روش استفاده می‌شود. از جمله روش‌های ریاضی که در روش BEM مورد استفاده قرار می‌گیرد، معادلات انتگرالی است. از دیگر کاربردهای این روش، بحث مکانیک شکست¹ می‌باشد.

¹ Fracture Mechanics